Lista de Exercícios – 3ª série médio

Números Complexos:

1) Em cada caso, determine a e b reais, tal que:
   a) (a, 5) = (-4, b)
   b) (2a, 3b + 1) = (1, 9 –b)
2) Efetue:
   a) $\left(8, -\frac{3}{10}\right) + \left(\frac{1}{8}, -0{,}3\right)$
   b) $\left(\sqrt{2}, 0\right) + \left(\sqrt{8}, 2\sqrt{3}\right)$
   c) (1,0).($\sqrt{5}$, -2)
   d) (1,2).(3,4)
   e) (0,1).(0,1)
   f) (3,4).(1,2)
3) Dados os números complexos $z_1 = 2 + 6i$ e $z_2 = a + bi$, sendo $z_1 = z_2$, determine o valor de a e b.
4) Determine o valor de x e y, de modo que x + (3y +2)i = 1 + 8i
5) Determine o valor de x, de modo que o número complexo seja um número real:
   a) z = 4 + (8x -24)i
   b) z = 1 + (2x -1)i
6) Obtenha o valor de y, de modo que o número complexo z = (6y + 30) + 2i seja um número imaginário puro.
7) Determine o valor de x, de modo que o número complexo $z = (x^2 - 5x + 6) + (1 + x)i$ não seja um número real.
8) Obtenha o valor de m e n, de modo que (4m +6) -3ni = 6 -6i.
9) Obtenha o valor de y, de modo que o número complexo $z = (y + 3) + (y^2 - 4y + 4)i$ seja um número real.
10) Qual o valor de m, real, para que o produto (2 + mi).(3 + i) seja um imaginário puro?
11) Simplifique as expressões:
   a) $(1 + i^6) + 3.\ (2 - i^{28}) - 4.\ (1 - i^6)$
   b) $4\ .\ (3 + 2i^{43}) - 6.\ (1 + i^{96}) - 7.\ (3 + i^{603}) - 21i^{182}$
12) Calcule valor de $i^{4n} + i^{4n+1} + i^{4n+2}$, com n ∈ IN.
13) Obtenha o valor de m e n reais para que se tenha $(m - ni)^2 = -2i$.
14) O valor do número complexo z, tal que $5z + \bar{z} = 12 + 16i$, é?
15) Determinar os números complexos z, tais que $z.\ \bar{z} + (z - \bar{z}) = 34 + 10i$.
16) Efetue as seguintes divisões:
   a) $\frac{1+2i}{1+3i}$
   b) $\frac{1-i}{2+i}$
   c) $\frac{5+i}{3-i}$

17) Determine o valor de x, de modo que $\frac{1+xi}{i}$ seja um número imaginário puro.

18) Determine o valor de y, de modo que o número complexo $\frac{4+yi}{2-i}$ seja um número real.

19) Determine a forma algébrica do número complexo z =$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3$.

20) Se a = 1 + 2i, b = 2 – i e $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}$ = 0, encontre o número complexo c.

21) Encontre o valor da expressão $\frac{i.(i-1).(i-2).(i-3)}{10}$.

22) Sejam os números complexos z_1 e z_2 onde z_2 = 3i e $z_1.z_2$ = -9 + 6i. Determine z_1 + z_2.

23) Determine o valor da expressão $\left(\frac{(i+1)^2.(2i-1)i^3}{(i+1).(i-1)}\right)$+2i.

24) Julgue (V ou F) cada uma das afirmações:

I. Todo número real é complexo.

II. Todo número complexo é real.

III. C ⋂ IR = ∅

IV. C – IR = { z | z = a + bi, com {a, b} ⊂ IR e b ≠ 0}

V. O conjugado do número 3 + 4i é -3 -4i.

VI. O conjugado do número 3 + 4i é 3 – 4i.

25) Determinar x, com x ∈ IR, para que o número complexo $(x^2 - 25) + (x - 5)i$ seja imaginário puro.

26) Determinar a forma algébrica do inverso do número complexo z = 4 + 2i.

27) Sendo z um número complexo tal que $z^3 = 2 + 2i$ e $z^5 = 4 - 4i$. Calcule:

a) z^8

b) z^2

c) z^6

28) Determine o menor número natural n tal que $i^{n+21} = 1$.